



LA MATEMATICA DELLA SUBACQUEA

Una raccolta delle formule principali

Congiu Andrea

Version 1.0, 01/01/2024: Prima stesura

Indice

Introduzione	1
Le bombole e i gas	2
Calcolo dei litri di gas contenuti in una bombola	2
Calcolo del consumo di gas in una immersione	2
Calcolo del consumo di un gas in superficie	3
Calcolo per prevedere il consumo di gas al minuto ad una certa profondità media	4
Le pressioni	5
Calcolo della pressione assoluta	5
Calcolo della pressione parziale di un gas	5
Le quote	6
Profondità massima operativa	6
I tempi	7
Calcolo del tempo di fondo	7
La galleggiabilità	8
Calcolo del peso del gas nella bombola	8
Calcolo per l'aggiunta di zavorra per acqua di mare	9
La navigazione con la bussola	10
Calcolo della rotta reciproca	10
Tabelle informative e riepilogative	11
Densità dei gas	11
Densità dell'acqua	12
Unità di misura	13
Fonti e note di realizzazione	14
Fonti	14
Note di realizzazione	14
Collaboratori, revisioni e contatti	15
Collaboratori	15
Revisioni	15
Contatti	16
La licenza	17
Applicazione della licenza	17
La licenza applicata	17
Dettagli della licenza	17
Avvertenze	17
Ringraziamenti	18

Introduzione

Per capire e memorizzare alcuni comportamenti fisici, personalmente ho bisogno di scrivere e provare con i numeri ciò che succede. Quindi ho raccolto in un unico documento ciò che in miei istruttori del Merano Club Sommozzatori mi hanno insegnato e ciò che per curiosità sono andato a cercare.

Il contenuto è adatto a tutti livelli di preparazione. I nuovi subacquei però potranno giovarne particolarmente. Mentre quelli più navigati avranno già interiorizzato molte delle informazioni qui descritte.

Le bombole e i gas

Calcolo dei litri di gas contenuti in una bombola

Legenda:

L_b	Litri di gas contenuti nella bombola
P_m	Pressione della bombola al manometro
C_b	Capacità della bombola in litri

$$L_b = P_m \cdot C_b$$

Esempio

Supponendo di avere una bombola da 15 litri e una pressione al manometro di 200 bar avremo che:

$$L_b = 200 \cdot 15 = 3000 \text{ L}$$

La bombola contiene 3000 litri di gas.

Calcolo del consumo di gas in una immersione

Legenda:

L_b	Litri di gas contenuti nella bombola
P_{mi}	Pressione della bombola al manometro a inizio immersione
P_{mf}	Pressione della bombola al manometro a fine immersione
C_b	Capacità della bombola in litri

$$L_b = (P_{mi} \cdot C_b) - (P_{mf} \cdot C_b)$$

Oppure

$$L_b = (P_{mi} - P_{mf}) \cdot C_b$$

Esempio

Considerando la bombola di prima, il manometro all'uscita dell'acqua indicava 50 bar, per calcolare il consumo di gas in litri si procederà:

$$L_b = (200 \cdot 15) - (50 \cdot 15) = 3000 - 750 = 2250 \text{ L}$$

O più semplicemente

$$L_b = (200 - 50) \cdot 15 = 150 \cdot 15 = 2250 \text{ L}$$

Per questa immersione sono stati consumati 2250 litri di gas.

Calcolo del consumo di un gas in superficie

Per le proprietà dei gas in pressione, in superficie ne consumiamo meno rispetto a profondità maggiori. Il consumo in superficie viene chiamato (SCR). Per un subaqueo conoscere questo valore personale è importante in quanto lo si utilizza per la pianificazione delle immersioni.

L'SCR lo si può calcolare solo dopo un'immersione in quanto è necessario usare una profondità media, quindi per avere un SCR veritiero è fondamentale calcolarlo per diverse immersioni fatte e poi ricavarne una media.

Legenda:

ATA_{me}	Pressione assoluta media
L_c	Litri di gas consumati al minuto
SCR	Consumo in superficie

$$SCR = \frac{L_c}{ATA_{me}}$$

Esempio

Ipotizzando di avere una bombola da 15 litri a 200 bar, l'immersione è durata 40 minuti e sono stati consumati 150 bar, in oltre il computer ci fornisce la profondità media che è di 17 metri, l'SCR si calcola come segue:

Calcolare i litri consumati al minuto

$$L_c = \frac{(200 - 50) \cdot 15}{40} = \frac{150 \cdot 15}{40} = \frac{2250}{40} = 56,25 \text{ litri al minuto}$$

Calcolare la pressione assoluta media

$$ATA_{me} = \frac{17}{10} + 1 = 1,7 + 1 = 2,7 \text{ bar}$$

Calcolare l'SCR

$$SCR = \frac{56,25}{2,7} = 20,83 \text{ litri al minuto}$$

L'SCR per questa immersione equivale a 20,83 litri al minuto, arrotondabili in modo conservativo a 21 litri al minuto.

Calcolo per prevedere il consumo di gas al minuto ad una certa profondità media

Legenda:

ATA_{me}	Pressione assoluta media
L_c	Litri di gas consumati al minuto
SCR	Consumo in superficie

$$L_c = SCR \cdot ATA_{me}$$

Esempio

Prevedendo una immersione ad una profondità media di 18 metri e conoscendo l'SCR calcolato prima, si potrà calcolare il gas consumato in un minuto durante l'immersione:

Calcolare l'ATA media

$$ATA_{me} = \frac{18}{10} + 1 = 1,8 + 1 = 2,8 \text{ bar}$$

Calcolare i litri di gas che si consumeranno in ogni minuto di immersione

$$L_c = 20 \cdot 2,8 = 56 \text{ litri al minuto}$$

Nell'immersione pianificata ad una profondità media di 18 metri si consumeranno in media 56 litri al minuto.

Le pressioni

Calcolo della pressione assoluta

La pressione assoluta (ATA) equivale alla pressione atmosferica (atm) sommata alla pressione della colonna d'acqua ad una determinata profondità.

Legenda:

ATA	Pressione assoluta
atm	Pressione atmosferica = 1 bar
h_{im}	Profondità di immersione

$$ATA = \frac{h_{im}}{10} + atm$$

Esempio

Supponendo un'immersione al mare alla profondità di 30 m la pressione assoluta si calcolerà come segue:

$$ATA = \frac{30}{10} + 1 = 3 + 1 = 4 \text{ bar}$$

A 30 metri la pressione assoluta è di 4 bar.

Calcolo della pressione parziale di un gas

Legenda:

$\%O_2$	Percentuale di ossigeno del gas respirato
ATA	Pressione assoluta
P_{O_2}	Pressione parziale dell'ossigeno

$$P_{O_2} = \frac{\%O_2}{100} \cdot ATA$$

Esempio

Avendo una bombola riempita con aria, quindi con il 21% di ossigeno (O_2), la pressione parziale di O_2 a 30 m sarà di:

Ricavare prima il valore di ATA

$$ATA = \frac{30}{10} + 1 = 3 + 1 = 4 \text{ bar}$$

Quindi concludere la formula con

$$P_{O_2} = \frac{21}{100} \cdot 4 = 0,21 \cdot 4 = 0,84 \text{ bar}$$

La pressione parziale dell'ossigeno a 30 metri di profondità sarà di 0,84 bar.

Le quote

Profondità massima operativa

Maximum operative depth (MOD)

Legenda:

P_{O_2}	Pressione parziale dell'ossigeno
P_{O_2max}	Pressione parziale di ossigeno massima = 1,4 bar
h_{max}	Profondità massima raggiungibile

$$h_{max} = \left(\left(\frac{P_{O_2max}}{P_{O_2}} \right) - 1 \right) \cdot 10$$

Esempio

Avendo una bombola riempita con *Nitrox 32*, per calcolare la MOD procedere come segue:

Calcolare la pressione parziale dell'O₂

$$P_{O_2} = \left(\frac{32}{100} \right) = 0,32 \text{ bar}$$

Calcolare la MOD

$$h_{max} = \left(\left(\frac{1,4}{0,32} \right) - 1 \right) \cdot 10 = (4,375 - 1) \cdot 10 = 3,375 \cdot 10 = 33,75 \text{ m}$$

La profondità massima raggiungibile con una bombola caricata con *Nitrox 32* è di 33,7 m. Per essere più conservativi, l'immersione si svolgerà ad una profondità massima di 30 m.

I tempi

Calcolo del tempo di fondo

Legenda:

L_f	Litri di gas consumati al minuto sul fondo
L_u	Litri di gas usabili
t_f	Tempo di fondo

$$t_f = \frac{L_u}{L_f}$$

Esempio

Supponiamo di pianificare un'immersione a 30 metri e di avere una bombola da 15 L e di avere 120 bar di gas usabile

Convertiamo la pressione usabile in litri

$$15 \cdot 120 = 1800 \text{ L}$$

Calcoliamo il consumo alla profondità pianificata considerando un SCR di 20 L/min

$$20 \cdot 4 = 80 \text{ litri al minuto}$$

Ora è possibile calcolare il tempo di fondo

$$f_f = \frac{1800}{80} = 22,5 \text{ min}$$

Per questo tipo di immersione il tempo di fondo sarà di 20 minuti (arrotondamento conservativo).

La galleggiabilità

Calcolo del peso del gas nella bombola

Il motivo per cui si fa la pesata del subacqueo con la bombola quasi vuota è perchè anche il gas pesa. Questo peso è importante da considerare in quanto se la pesata si facesse a bombola piena, a fine immersione quando ci rimangono 50 bar di gas, il subacqueo sarebbe troppo leggero, erogo, impossibilitato di fare la sosta di sicurezza a -5 metri di profondità.

Un litro di aria pura e secca al livello del mare pesa 1,293 g. Per semplicità e per quello che serve in subacquea, il valore lo si può approssimare ad 1 grammo per litro.

Legenda:

P_{mi}	Pressione della bombola al manometro a inizio immersione
C_b	Capacità della bombola in litri
P_a	Peso dell'aria a pressione atmosferica (1 kg ogni 1000 litri)
P_{ab}	Peso dell'aria in pressione

$$P_{ab} = \frac{P_{mi} \cdot C_b}{P_a}$$

Esempio

Il peso dell'aria contenuta in una bombola da 15 litri ad una pressione di 200 bar sarà:

$$P_{ab} = \frac{200 \cdot 15}{1000} = \frac{3000}{1000} = 3\text{kg}$$



Ci sono due diverse scuole di pensiero per quanto riguarda la pressione della bombola per la pesata. Alcune consigliano 30 bar mentre altre ne consigliano 50 bar. Se consideriamo la bombola da 15 litri a 30 bar abbiamo 450 litri di aria per un peso di 450 grammi, mentre a 50 bar abbiamo 750 litri per un peso di 750 grammi. La differenza di peso è di 300 grammi. Se invece consideriamo un bibombola 12+12, la differenza di peso tra 30 bar e 50 bar è di 480 grammi.

Calcolo per l'aggiunta di zavorra per acqua di mare

Immergersi in acqua dolce o in acqua di mare influenza l'aggiunta o la rimozione di zavorra in quanto l'acqua di mare è più densa rispetto all'acqua dolce. Generalmente a parità di attrezzature siamo portati ad aggiungere 2 kg quando ci immergiamo in mare. È però possibile fare un calcolo molto più preciso. Bisogna considerare il peso totale del subacqueo, cioè, il peso della persona con tutta l'attrezzatura compresa la zavorra ma escluse le bombole decompressive/stage.



A pagina 12 si trova la tabella con la densità d'acqua.

Legenda:

DF_z	Differenza di zavorra fra acqua di mare e acqua dolce
P_{sub}	Peso totale del sub
Den_d	Densità dell'acqua dolce
Den_m	Densità dell'acqua di mare

$$DF_z = P_{sub} \cdot \frac{Den_m - Den_d}{Den_m}$$

Esempio

Supponiamo che un uomo che pesa 80 kg e la sua attrezzatura pesa 65 kg (bombole vuote) per passare dal lago al mare dovrà:

$$DF_z = (80 + 65) \cdot \frac{1,028 - 1,000}{1,028} = 145 \cdot \frac{0,028}{1,028} = 145 \cdot 0,027 = 3,94 \text{ kg}$$

Questo subacqueo dovrà aggiungere 4 kg di zavorra per passare dal lago al mare.

Per capire meglio il concetto facciamo un altro esempio con la stessa attrezzatura ma, questa volta abbiamo una donna che pesa 50 kg.

$$DF_z = (50 + 65) \cdot \frac{1,028 - 1,000}{1,028} = 115 \cdot \frac{0,028}{1,028} = 115 \cdot 0,027 = 3,10 \text{ kg}$$

A parità di attrezzatura, questa subacquea dovrà aggiungere 3 kg.



Il peso del gas di 30 o 50 bar delle bombole, per questo calcolo è trascurabile.

La navigazione con la bussola

Calcolo della rotta reciproca

La rotta (azimut di una direzione) è l'angolo che la stessa forma con la direzione del Nord, misurato in senso orario a partire dal nord. La rotta reciproca è la direzione opposta.

Legenda:

α_a	Rotta di andata
α_r	Rotta reciproca (di ritorno)

Se la rotta di andata è inferiore a 180°

$$\alpha_r = \alpha_a + 180^\circ$$

Esempio

Se per raggiungere un relitto dobbiamo seguire una rotta di 30°, la rotta reciproca sarà:

$$\alpha_r = 30 + 180 = 210^\circ$$

Dal relitto per tornare al punto dove si è entrati in acqua bisognerà pinneggiare seguendo una rotta di 210°

Se la rotta di andata è superiore di 180°

$$\alpha_r = \alpha_a - 180^\circ$$

Esempio

Se per raggiungere un relitto dobbiamo seguire una rotta di 200°, la rotta reciproca sarà:

$$\alpha_r = 200 - 180 = 20^\circ$$

Dal relitto per tornare al punto dove si è entrati in acqua bisognerà pinneggiare seguendo una rotta di 20°

Tabelle informative e riepilogative

Densità dei gas

Gas	Densità alla temperatura di	
	0 °C	10 °C
O ₂	1,43	1,38
EAN 50	1,33	1,28
50/25	1,07	1,03
35/30	0,99	0,95
21/35	0,91	0,88
18/45	0,80	0,77
15/55	0,68	0,66
12/60	0,63	0,60
10/70	0,52	0,50
Aria	1,29	1,24
Azoto	1,25	1,21
Elio	0,18	0,17
Unità di misura	kg/m ³	

Densità dell'acqua

Acqua	Densità
Dolce	1,000
Mare	1,027
Mar Tirreno e Ligure	1,028
Unità di misura	kg/dm³

Unità di misura

Nome dell'unità di misura	Simbolo	Sigla
Altezza o quota	h	m
Densità	d	kg/m ³
Litri	L	L
Lunghezza o distanza	l	m
Massa o peso	m	kg
Tempo	t	min
Peso specifico	Ps	kg/m ³
Pressione	P	bar
Pressione parziale	P _x	bar
Pressione atmosferica	atm	bar
Pressione assoluta	ATA	bar
Rotta o azimut	α	°
Velocità	v	m/min
Volume al minuto	V	L/min

Fonti e note di realizzazione

Fonti

- **I fondamentali dell'immersione** - *Global Underwater Explorer*
- **Appunti di subacquea tecnica** - Massimo ceccarini - Editrice La Mandragola

Note di realizzazione

Per la realizzazione del manuale è stato usato solo *software Open Source e Free*

PROGRAMMI UTILIZZATI	
Linux Mint	Sistema operativo
Asciidoctor	Interpretatore da adoc a PDF, HTML ed Epub
Gimp	Manipolatore di immagini
QtQR	Creazione dei QrCode
VIM	Elaboratore testi a riga di comando

Collaboratori, revisioni e contatti

Collaboratori

Quest'opera è curata da Congiu Andrea. Di seguito vengono elencate le persone che hanno preso parte alla sua realizzazione.

PARTECIPANTI ALL'OPERA		
Nome	Descrizione	Sigla
Congiu Andrea	Stesura dei contenuti. Stesura e gestione del sorgente adoc. Gestione dei <i>rendering</i> html, pdf e e-book con asciidoctor	CA
Marco Viaro	Controllo del contenuto	MV
Matteo De Lorenzi	Controllo del contenuto	MDL
Pietro Bettanini	Controllo del contenuto	PB

Revisioni

Nella tabella seguente viene elencata la cronologia delle revisioni.

CRONOLOGIA DELLE REVISIONI			
Posizione	Data	Descrizione	Sigla
1.0	01/01/2024	Prima stesura	CA

Contatti

	<p>Merano Club Sommozzatori Via Palade, 76 - 39012 Merano (BZ) E-Mail: meranosub@gmail.com</p>	
<p>www.andrea-congiu.it</p>  <p>Infermiere</p>	<p>Congiu Andrea <i>Infermiere libero professionista</i> 39012 Merano (BZ) E-Mail: info@andrea-congiu.it Url: https://www.andrea-congiu.it</p>	

La licenza


Applicazione della licenza

Per principio vorrei che tutta la documentazione prodotta sia liberamente condivisibile, modificabile e ri-condivisibile. È quindi necessario applicare una licenza e a tale scopo è stata scelta la **Creative Commons Attribuzione - Condividi allo stesso modo 4.0 Internazionale**. È anche di fondamentale importanza l'utilizzo di formati aperti per la creazione dei documenti, ad esempio quelli di libreOffice. Per la realizzazione di questo progetto ho usato un formato di testo adoc e poi processato con asciidoctor per generare l'HTML e il PDF.

La licenza applicata

Quest'opera è stata rilasciata con licenza Creative Commons Attribuzione - Condividi allo stesso modo 4.0 Internazionale (CC BY-SA 4.0). Per leggere una copia della licenza visita il sito web <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.it> o spedisci una lettera a Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.

Dettagli della licenza

	Condividere — riprodurre, distribuire, comunicare al pubblico, esporre in pubblico, rappresentare, eseguire e recitare questo materiale con qualsiasi mezzo e formatao.
CCPL Versione 4.0	Modificare — remixare, trasformare il materiale e basarti su di esso per le tue opere per qualsiasi fine, anche commerciale. Il licenziante non può revocare questi diritti fintanto che tu rispetti i termini della licenza.

Avvertenze

- Questa guida è un progetto su base volontaria, creata da un utente GNU/Linux senza competenze informatiche specifiche.
- Non vi è nessuna garanzia che la guida sia esente da errori o imprecisioni. Non esiste un organo di controllo qualificato e responsabile della correttezza dei contenuti. Ergo ogni utente che esegue le procedure lo fa a proprio rischio e pericolo.
- Si incoraggia la verifica delle informazioni contenute nella guida.

Se modifichi o riutilizzi questo documento cita la fonte con il seguente testo

Fonte:



Congiu Andrea - Infermiere libero professionista

39012 Merano (BZ)

E-Mail: info@andrea-congiu.it

Url: <https://www.andrea-congiu.it>

Ringraziamenti

Grazie a Paolo Dongilli, socio del [Linux User Group Bolzano](#) per il suo prezioso aiuto. Mi ha fornito le informazioni necessarie per la gestione di *asciidoctor-mathematical*.