



# LA MATEMATICA DELLA SUBACQUEA

## *Una raccolta delle formule principali*

Congiu Andrea

Version 1.0, 01/01/2024: Prima stesura

# Indice

Introduzione .....	1
Le bombole e i gas .....	2
Calcolo dei litri di gas contenuti in una bombola .....	2
Calcolo del consumo di gas in una immersione .....	2
Calcolo del consumo di un gas in superficie .....	3
Calcolo per prevedere il consumo di gas al minuto ad una certa profondità media .....	4
Calcolo del minimo gas (MG) .....	5
Calcolo per la stima del gas necessario .....	7
Le pressioni .....	9
Calcolo della pressione assoluta .....	9
Calcolo della pressione parziale di un gas .....	9
Le quote .....	10
Profondità massima operativa .....	10
I tempi .....	11
Calcolo del tempo di fondo .....	11
La galleggiabilità .....	12
Calcolo del peso del gas nella bombola .....	12
Calcolo per l'aggiunta di zavorra per acqua di mare .....	13
La navigazione con la bussola .....	14
Calcolo della rotta reciproca .....	14
Tabelle informative e riepilogative .....	15
Densità dei gas .....	15
Densità dell'acqua .....	16
Unità di misura .....	17
Fonti e note di realizzazione .....	18
Fonti .....	18
Note di realizzazione .....	18
Collaboratori, revisioni e contatti .....	19
Collaboratori .....	19
Revisioni .....	19
Contatti .....	20
La licenza .....	21
Applicazione della licenza .....	21
La licenza applicata .....	21
Dettagli della licenza .....	21
Avvertenze .....	21
Ringraziamenti .....	22

# Introduzione

Per capire e memorizzare alcuni comportamenti fisici, personalmente ho bisogno di scrivere e provare con i numeri ciò che succede. Quindi ho raccolto in un unico documento ciò che in miei istruttori del Merano Club Sommozzatori mi hanno insegnato e ciò che per curiosità sono andato a cercare.

Il contenuto è adatto a tutti livelli di preparazione. I nuovi subacquei però potranno giovarne particolarmente. Mentre quelli più navigati avranno già interiorizzato molte delle informazioni qui descritte.

# Le bombole e i gas

## Calcolo dei litri di gas contenuti in una bombola

**Legenda:**

$L_b$	Litri di gas contenuti nella bombola
$P_m$	Pressione della bombola al manometro
$C_b$	Capacità della bombola in litri

$$L_b = P_m \cdot C_b$$

### Esempio

Supponendo di avere una bombola da 15 litri e una pressione al manometro di 200 bar avremo che:

$$L_b = 200 \cdot 15 = 3000 \text{ L}$$

La bombola contiene 3000 litri di gas.

## Calcolo del consumo di gas in una immersione

**Legenda:**

$L_b$	Litri di gas contenuti nella bombola
$P_{mi}$	Pressione della bombola al manometro a inizio immersione
$P_{mf}$	Pressione della bombola al manometro a fine immersione
$C_b$	Capacità della bombola in litri

$$L_b = (P_{mi} \cdot C_b) - (P_{mf} \cdot C_b)$$

Oppure

$$L_b = (P_{mi} - P_{mf}) \cdot C_b$$

### Esempio

Considerando la bombola di prima, il manometro all'uscita dell'acqua indicava 50 bar, per calcolare il consumo di gas in litri si procederà:

$$L_b = (200 \cdot 15) - (50 \cdot 15) = 3000 - 750 = 2250 \text{ L}$$

O più semplicemente

$$L_b = (200 - 50) \cdot 15 = 150 \cdot 15 = 2250 \text{ L}$$

Per questa immersione sono stati consumati 2250 litri di gas.

# Calcolo del consumo di un gas in superficie

Per le proprietà dei gas in pressione, in superficie ne consumiamo meno rispetto a profondità maggiori. Il consumo in superficie viene chiamato (SCR). Per un subaqueo conoscere questo valore personale è importante in quanto lo si utilizza per la pianificazione delle immersioni.

L'SCR lo si può calcolare solo dopo un'immersione in quanto è necessario usare una profondità media, quindi per avere un SCR veritiero è fondamentale calcolarlo per diverse immersioni fatte e poi ricavarne una media.

## Legenda:

$ATA_{me}$	Pressione assoluta media
$L_c$	Litri di gas consumati al minuto
SCR	Consumo in superficie

$$SCR = \frac{L_c}{ATA_{me}}$$

## Esempio

Ipotizzando di avere una bombola da 15 litri a 200 bar, l'immersione è durata 40 minuti e sono stati consumati 150 bar, in oltre il computer ci fornisce la profondità media che è di 17 metri, l'SCR si calcola come segue:

Calcolare i litri consumati al minuto

$$L_c = \frac{(200 - 50) \cdot 15}{40} = \frac{150 \cdot 15}{40} = \frac{2250}{40} = 56,25 \text{ litri al minuto}$$

Calcolare la pressione assoluta media

$$ATA_{me} = \frac{17}{10} + 1 = 1,7 + 1 = 2,7 \text{ bar}$$

Calcolare l'SCR

$$SCR = \frac{56,25}{2,7} = 20,83 \text{ litri al minuto}$$

L'SCR per questa immersione equivale a 20,83 litri al minuto, arrotondabili in modo conservativo a 21 litri al minuto.

# Calcolo per prevedere il consumo di gas al minuto ad una certa profondità media

**Legenda:**

$ATA_{me}$	Pressione assoluta media
$L_c$	Litri di gas consumati al minuto
SCR	Consumo in superficie

$$L_c = SCR \cdot ATA_{me}$$

## **Esempio**

Prevedendo una immersione ad una profondità media di 18 metri e conoscendo l'SCR calcolato prima, si potrà calcolare il gas consumato in un minuto durante l'immersione:

Calcolare l'ATA media

$$ATA_{me} = \frac{18}{10} + 1 = 1,8 + 1 = 2,8 \text{ bar}$$

Calcolare i litri di gas che si consumeranno in ogni minuto di immersione

$$L_c = 20 \cdot 2,8 = 56 \text{ litri al minuto}$$

Nell'immersione pianificata ad una profondità media di 18 metri si consumeranno in media 56 litri al minuto.

# Calcolo del minimo gas (MG)

Generamente si tende a uscire dall'acqua con 50 bar di pressione, questa è una buona norma ma, per alcuni tipi di immersioni potrebbe essere insufficiente per la gestione delle emergenze e una risalita in sicurezza in condivisione del gas.

## Legenda

C	Litri di gas consumati al minuto
A	Pressione assoluta media
T	Tempo di risalita
MG	Gas minimo
SCR	Consumo in superficie

$$MG = C \cdot A \cdot T$$

## Esempio

Due subacquei pianificano un'immersione a 30 m, entrambi hanno una bombola da 15 L.

Calcolare i consumi ( C )

È la somma degli SCR di ogni subaqueo, per semplicità consideriamo un SCR di 30 L/min per entrambi.

$$C = 30 + 30 = 60 \text{ litri al minuti}$$

Calcolare la pressione media ( A )

Calcolare prima la profondità media

$$\frac{30}{2} = 15 \text{ m di profondità media.}$$

Convertire la profondità in pressione per calcolare la ( A )

$$A = \left(\frac{15}{10}\right) + 1 = 1,5 + 1 = 2,5 \text{ bar}$$

Calcolare il tempo ( T )

Considerando un tempo di risalita di 3 metri al minuto si avrà che:

$$\frac{30}{3} = 10 \text{ min di tempo per tornare in superficie.}$$

Ai 10 minuti bisogna aggiungere il tempo per organizzare la condivisione del gas, generalmente si considera 1 minuto, quindi per calcolare ( T ):

$$T = 10 + 1 = 11 \text{ min}$$

Calcolare il gas minimo (MG)

$$MG = 60 \cdot 2,5 \cdot 11 = 1650 \text{ L}$$

Convertiamo i litri in pressione

$$MG = \frac{1650}{15} = 110 \text{ bar}$$

Il gas minimo per questa immersione è di 110 bar. Questo vuol dire che se tutto va bene, entrambi i subacquei avranno all'uscita 110 bar.



Per l'SCR si considera un consumo medio di 30 litri al minuto e non 20 perchè, in situazione d'emergenza i consumi aumentano a causa dello stress.



Il concetto di questa formula è valido anche per le immersioni tecniche o in ambienti ostruiti ma, necessita di piccole modifiche e accortezze data la natura delle due immersioni.



# Calcolo per la stima del gas necessario

## Legenda

C	Litri di gas consumati al minuto
A	Pressione assoluta media
T	Tempo di risalita
MG	Gas minimo
SCR	Consumo in superficie
ATA <sub>f</sub>	Pressione assoluta di fondo
L <sub>f</sub>	Gas consumato al minuto sul fondo
t <sub>f</sub>	Tempo di fondo

## Esempio

Si vuole pianificare un'immersione a 30 metri per 15 minuti utilizzando la regola dei mezzi.

Il primo passo è calcolare il gas minimo (MG) considerando un SCR pari a 30 L/min (per la gestione delle emergenze).

$$MG = C \cdot A \cdot T$$

Calcolare il consumo ( C )

$$C = 30 + 30 = 60 \text{ litri al minuto}$$

Calcolare la pressione assoluta media ( A )

$$A = \left(\frac{15}{10}\right) + 1 = 1,5 + 1 = 2,5 \text{ bar}$$

Calcolare il tempo ( T )

Considerando un tempo di risalita di 3 metri al minuto si avrà che:

$$\frac{30}{3} = 10 \text{ min di tempo per tornare in superficie.}$$

Ai 10 minuti bisogna aggiungere il tempo per organizzare la condivisione del gas, generalmente si considera 1 minuto, quindi per calcolare ( T ):

$$T = 10 + 1 = 11 \text{ min}$$

Calcolare il gas minimo (MG)

$$MG = 60 \cdot 2,5 \cdot 11 = 1650 \text{ L}$$

Calcolare il gas di fondo

$$L_f = SCR \cdot ATA_f \cdot t_f$$

$$20 \cdot 4 \cdot 15 = 1200 \text{ L}$$



Questo SCR è quello normale a 20 litri al minuto in quanto non serve per la gestione delle emergenze.

Calcolare il gas totale necessario

$$MG + L_f$$

$$1650 + 1200 = 2850 \text{ L}$$

Convertire i litri di gas necessari in pressione considerando una bombola da 15 L

$$\frac{2850}{15} = 190 \text{ bar}$$

Avendo a disposizione una bombola da 15 litri, sarebbe sufficiente caricarla a 190 bar. Quindi una ricarica *standard* a 200 bar andrà benissimo.

# Le pressioni

## Calcolo della pressione assoluta

La pressione assoluta (ATA) equivale alla pressione atmosferica (atm) sommata alla pressione della colonna d'acqua ad una determinata profondità.

### Legenda:

ATA	Pressione assoluta
atm	Pressione atmosferica = 1 bar
$h_{im}$	Profondità di immersione

$$ATA = \frac{h_{im}}{10} + atm$$

### Esempio

Supponendo un'immersione al mare alla profondità di 30 m la pressione assoluta si calcolerà come segue:

$$ATA = \frac{30}{10} + 1 = 3 + 1 = 4 \text{ bar}$$

A 30 metri la pressione assoluta è di 4 bar.

## Calcolo della pressione parziale di un gas

### Legenda:

$\%O_2$	Percentuale di ossigeno del gas respirato
ATA	Pressione assoluta
$P_{O_2}$	Pressione parziale dell'ossigeno

$$P_{O_2} = \frac{\%O_2}{100} \cdot ATA$$

### Esempio

Avendo una bombola riempita con aria, quindi con il 21% di ossigeno ( $O_2$ ), la pressione parziale di  $O_2$  a 30 m sarà di:

Ricavare prima il valore di ATA

$$ATA = \frac{30}{10} + 1 = 3 + 1 = 4 \text{ bar}$$

Quindi concludere la formula con

$$P_{O_2} = \frac{21}{100} \cdot 4 = 0,21 \cdot 4 = 0,84 \text{ bar}$$

La pressione parziale dell'ossigeno a 30 metri di profondità sarà di 0,84 bar.

# Le quote

## Profondità massima operativa

Maximum operative depth (MOD)

**Legenda:**

$P_{O_2}$	Pressione parziale dell'ossigeno
$P_{O_2max}$	Pressione parziale di ossigeno massima = 1,4 bar
$h_{max}$	Profondità massima raggiungibile

$$h_{max} = \left( \left( \frac{P_{O_2max}}{P_{O_2}} \right) - 1 \right) \cdot 10$$

**Esempio**

Avendo una bombola riempita con *Nitrox 32*, per calcolare la MOD procedere come segue:

Calcolare la pressione parziale dell'O<sub>2</sub>

$$P_{O_2} = \left( \frac{32}{100} \right) = 0,32 \text{ bar}$$

Calcolare la MOD

$$h_{max} = \left( \left( \frac{1,4}{0,32} \right) - 1 \right) \cdot 10 = (4,375 - 1) \cdot 10 = 3,375 \cdot 10 = 33,75 \text{ m}$$

La profondità massima raggiungibile con una bombola caricata con *Nitrox 32* è di 33,7 m. Per essere più conservativi, l'immersione si svolgerà ad una profondità massima di 30 m.

# I tempi

## Calcolo del tempo di fondo

**Legenda:**

$L_f$	Litri di gas consumati al minuto sul fondo
$L_u$	Litri di gas usabili
$t_f$	Tempo di fondo

$$t_f = \frac{L_u}{L_f}$$

### Esempio

Supponiamo di pianificare un'immersione a 30 metri e di avere una bombola da 15 L e di avere 120 bar di gas usabile

Convertiamo la pressione usabile in litri

$$15 \cdot 120 = 1800 \text{ L}$$

Calcoliamo il consumo alla profondità pianificata considerando un SCR di 20 L/min

$$20 \cdot 4 = 80 \text{ litri al minuto}$$

Ora è possibile calcolare il tempo di fondo

$$f_f = \frac{1800}{80} = 22,5 \text{ min}$$

Per questo tipo di immersione il tempo di fondo sarà di 20 minuti (arrotondamento conservativo).

# La galleggiabilità

## Calcolo del peso del gas nella bombola

Il motivo per cui si fa la pesata del subacqueo con la bombola quasi vuota è perchè anche il gas pesa. Questo peso è importante da considerare in quanto se la pesata si facesse a bombola piena, a fine immersione quando ci rimangono 50 bar di gas, il subacqueo sarebbe troppo leggero, erogo, impossibilitato di fare la sosta di sicurezza a -5 metri di profondità.

Un litro di aria pura e secca al livello del mare pesa 1,293 g. Per semplicità e per quello che serve in subacquea, il valore lo si può approssimare ad 1 grammo per litro.

### Legenda:

$P_{mi}$	Pressione della bombola al manometro a inizio immersione
$C_b$	Capacità della bombola in litri
$P_a$	Peso dell'aria a pressione atmosferica (1 kg ogni 1000 litri)
$P_{ab}$	Peso dell'aria in pressione

$$P_{ab} = \frac{P_{mi} \cdot C_b}{P_a}$$

### Esempio

Il peso dell'aria contenuta in una bombola da 15 litri ad una pressione di 200 bar sarà:

$$P_{ab} = \frac{200 \cdot 15}{1000} = \frac{3000}{1000} = 3\text{kg}$$



Ci sono due diverse scuole di pensiero per quanto riguarda la pressione della bombola per la pesata. Alcune consigliano 30 bar mentre altre ne consigliano 50 bar. Se consideriamo la bombola da 15 litri a 30 bar abbiamo 450 litri di aria per un peso di 450 grammi, mentre a 50 bar abbiamo 750 litri per un peso di 750 grammi. La differenza di peso è di 300 grammi. Se invece consideriamo un bibombola 12+12, la differenza di peso tra 30 bar e 50 bar è di 480 grammi.

# Calcolo per l'aggiunta di zavorra per acqua di mare

Immergersi in acqua dolce o in acqua di mare influenza l'aggiunta o la rimozione di zavorra in quanto l'acqua di mare è più densa rispetto all'acqua dolce. Generalmente a parità di attrezzature siamo portati ad aggiungere 2 kg quando ci immergiamo in mare. È però possibile fare un calcolo molto più preciso. Bisogna considerare il peso totale del subacqueo, cioè, il peso della persona con tutta l'attrezzatura compresa la zavorra ma escluse le bombole decompressive/stage.



A pagina 16 si trova la tabella con la densità d'acqua.

## Legenda:

$DF_z$	Differenza di zavorra fra acqua di mare e acqua dolce
$P_{sub}$	Peso totale del sub
$Den_d$	Densità dell'acqua dolce
$Den_m$	Densità dell'acqua di mare

$$DF_z = P_{sub} \cdot \frac{Den_m - Den_d}{Den_m}$$

## Esempio

Supponiamo che un uomo che pesa 80 kg e la sua attrezzatura pesa 65 kg (bombole vuote) per passare dal lago al mare dovrà:

$$DF_z = (80 + 65) \cdot \frac{1,028 - 1,000}{1,028} = 145 \cdot \frac{0,028}{1,028} = 145 \cdot 0,027 = 3,94 \text{ kg}$$

Questo subacqueo dovrà aggiungere 4 kg di zavorra per passare dal lago al mare.

Per capire meglio il concetto facciamo un altro esempio con la stessa attrezzatura ma, questa volta abbiamo una donna che pesa 50 kg.

$$DF_z = (50 + 65) \cdot \frac{1,028 - 1,000}{1,028} = 115 \cdot \frac{0,028}{1,028} = 115 \cdot 0,027 = 3,10 \text{ kg}$$

A parità di attrezzatura, questa subacquea dovrà aggiungere 3 kg.



Il peso del gas di 30 o 50 bar delle bombole, per questo calcolo è trascurabile.

# La navigazione con la bussola

## Calcolo della rotta reciproca

La rotta (azimut di una direzione) è l'angolo che la stessa forma con la direzione del Nord, misurato in senso orario a partire dal nord. La rotta reciproca è la direzione opposta.

**Legenda:**

$\alpha_a$	Rotta di andata
$\alpha_r$	Rotta reciproca (di ritorno)

**Se la rotta di andata è inferiore a  $180^\circ$**

$$\alpha_r = \alpha_a + 180^\circ$$

**Esempio**

Se per raggiungere un relitto dobbiamo seguire una rotta di  $30^\circ$ , la rotta reciproca sarà:

$$\alpha_r = 30 + 180 = 210^\circ$$

Dal relitto per tornare al punto dove si è entrati in acqua bisognerà pinneggiare seguendo una rotta di  $210^\circ$

**Se la rotta di andata è superiore di  $180^\circ$**

$$\alpha_r = \alpha_a - 180^\circ$$

**Esempio**

Se per raggiungere un relitto dobbiamo seguire una rotta di  $200^\circ$ , la rotta reciproca sarà:

$$\alpha_r = 200 - 180 = 20^\circ$$

Dal relitto per tornare al punto dove si è entrati in acqua bisognerà pinneggiare seguendo una rotta di  $20^\circ$



# Tabelle informative e riepilogative

## Densità dei gas

Gas	Densità alla temperatura di	
	0 °C	10 °C
O <sub>2</sub>	1,43	1,38
EAN 50	1,33	1,28
50/25	1,07	1,03
35/30	0,99	0,95
21/35	0,91	0,88
18/45	0,80	0,77
15/55	0,68	0,66
12/60	0,63	0,60
10/70	0,52	0,50
Aria	1,29	1,24
Azoto	1,25	1,21
Elio	0,18	0,17
Unità di misura	kg/m <sup>3</sup>	

## Densità dell'acqua

<b>Acqua</b>	<b>Densità</b>
Dolce	1,000
Mare	1,027
Mar Tirreno e Ligure	1,028
<b>Unità di misura</b>	<b>kg/dm<sup>3</sup></b>

## Unità di misura

Nome dell'unità di misura	Simbolo	Sigla
Altezza o quota	h	m
Densità	d	kg/m <sup>3</sup>
Litri	L	L
Lunghezza o distanza	l	m
Massa o peso	m	kg
Tempo	t	min
Peso specifico	Ps	kg/m <sup>3</sup>
Pressione	P	bar
Pressione parziale	P <sub>x</sub>	bar
Pressione atmosferica	atm	bar
Pressione assoluta	ATA	bar
Rotta o azimut	α	°
Velocità	v	m/min
Volume al minuto	V	L/min

# Fonti e note di realizzazione

## Fonti

- **I fondamentali dell'immersione** - *Global Underwater Explorer*
- **Appunti di subacquea tecnica** - Massimo ceccarini - Editrice La Mandragola

## Note di realizzazione

Per la realizzazione del manuale è stato usato solo *software Open Source e Free*

PROGRAMMI UTILIZZATI	
Linux Mint	Sistema operativo
Asciidoctor	Interpretatore da adoc a PDF, HTML ed Epub
Gimp	Manipolatore di immagini
QtQR	Creazione dei QrCode
VIM	Elaboratore testi a riga di comando

# Collaboratori, revisioni e contatti

## Collaboratori

Quest'opera è curata da Congiu Andrea. Di seguito vengono elencate le persone che hanno preso parte alla sua realizzazione.

PARTECIPANTI ALL'OPERA		
Nome	Descrizione	Sigla
Congiu Andrea	Stesura dei contenuti. Stesura e gestione del sorgente adoc. Gestione dei <i>rendering</i> html, pdf e e-book con asciidoctor	CA
Marco Viaro	Controllo del contenuto	MV
Matteo De Lorenzi	Controllo del contenuto	MDL
Pietro Bettanini	Controllo del contenuto	PB

## Revisioni

Nella tabella seguente viene elencata la cronologia delle revisioni.

CRONOLOGIA DELLE REVISIONI			
Posizione	Data	Descrizione	Sigla
1.0	01/01/2024	Prima stesura	CA

# Contatti

	<p><b>Merano Club Sommozzatori</b> Via Palade, 76 - 39012 Merano (BZ) E-Mail: <a href="mailto:meranosub@gmail.com">meranosub@gmail.com</a></p>	
<p><a href="http://www.andrea-congiu.it">www.andrea-congiu.it</a></p>  <p>Infermiere</p>	<p><b>Congiu Andrea</b> <i>Infermiere libero professionista</i> 39012 Merano (BZ) E-Mail: <a href="mailto:info@andrea-congiu.it">info@andrea-congiu.it</a> Url: <a href="https://www.andrea-congiu.it">https://www.andrea-congiu.it</a></p>	

# La licenza


## Applicazione della licenza

Per principio vorrei che tutta la documentazione prodotta sia liberamente condivisibile, modificabile e ri-condivisibile. È quindi necessario applicare una licenza e a tale scopo è stata scelta la **Creative Commons Attribuzione - Condividi allo stesso modo 4.0 Internazionale**. È anche di fondamentale importanza l'utilizzo di formati aperti per la creazione dei documenti, ad esempio quelli di libreOffice. Per la realizzazione di questo progetto ho usato un formato di testo adoc e poi processato con asciidoctor per generare l'HTML e il PDF.

## La licenza applicata

Quest'opera è stata rilasciata con licenza Creative Commons Attribuzione - Condividi allo stesso modo 4.0 Internazionale (CC BY-SA 4.0). Per leggere una copia della licenza visita il sito web <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.it> o spedisci una lettera a Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.

## Dettagli della licenza

	<b>Condividere</b> — riprodurre, distribuire, comunicare al pubblico, esporre in pubblico, rappresentare, eseguire e recitare questo materiale con qualsiasi mezzo e formatao.
CCPL Versione 4.0	<b>Modificare</b> — remixare, trasformare il materiale e basarti su di esso per le tue opere per qualsiasi fine, anche commerciale. <b>Il licenziante non può revocare questi diritti fintanto che tu rispetti i termini della licenza.</b>

## Avvertenze

- Questa guida è un progetto su base volontaria, creata da un utente GNU/Linux senza competenze informatiche specifiche.
- Non vi è nessuna garanzia che la guida sia esente da errori o imprecisioni. Non esiste un organo di controllo qualificato e responsabile della correttezza dei contenuti. Ergo ogni utente che esegue le procedure lo fa a proprio rischio e pericolo.
- Si incoraggia la verifica delle informazioni contenute nella guida.

*Se modifichi o riutilizzi questo documento cita la fonte con il seguente testo*

**Fonte:**



**Congiu Andrea** - Infermiere libero professionista

39012 Merano (BZ)

E-Mail: [info@andrea-congiu.it](mailto:info@andrea-congiu.it)

Url: <https://www.andrea-congiu.it>

# Ringraziamenti

Grazie a Paolo Dongilli, socio del [Linux User Group Bolzano](#) per il suo prezioso aiuto. Mi ha fornito le informazioni necessarie per la gestione di *asciidoctor-mathematical*.